

2.15-

TRATADO ELEMENTAL

DE

# ARITMÉTICA

DE ACUERDO CON LAS IDEAS MODERNAS Y MÉTODOS MÁS RIGUROSOS

POR

C. C. DASSEN

Ingeniero civil; doctor en ciencias físico-matemáticas  
profesor de matemáticas superiores en la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas  
y Matemáticas de la Universidad de Buenos Aires; dos veces laureado por ésta

Texto para los Colegios Nacionales y Escuelas Normales  
conteniendo más de 5300 ejercicios escogidos con sus respectivas soluciones

29897



BUENOS AIRES

IMPRENTA Y CASA EDITORA DE CONI HERMANOS

684 — CALLE PERÚ — 684

1913

2267180

# ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE ANALÍTICO DE MATERIAS.....	VII
PREFACIO.....	XIII
Fu de CITATAS.....	XIX

## LIBRO I

### TEORÍA DE LOS NÚMEROS ENTEROS

CAPÍTULO I. — <i>Nociones fundamentales</i> .....	1
CAPÍTULO II. — <i>Teoría de las operaciones fundamentales</i> .....	11
Operaciones directas.....	11
Adición.....	11
Multiplicación.....	16
Potenciación.....	23
Operaciones inversas.....	26
Substracción.....	26
División.....	37
Otra acepción de la división.....	43
Operaciones inversas de la elevación á potencias.....	51
Extracción de raíces ó radicación.....	51
Cálculo de logaritmos.....	54
CAPÍTULO III. — <i>Sistemas de numeración</i> .....	57
Numeración decimal.....	57
Numeración oral.....	57
Numeración escrita.....	60
Otros sistemas de numeración.....	65
Sistema de numeración romano.....	68
CAPÍTULO IV. — <i>Mecanismo del cálculo aritmético en base al sistema de numeración decimal</i> .....	72
Adición.....	72
Substracción.....	79
Multiplicación.....	87
División.....	99
Potenciación.....	110
Radicación.....	117
Raíz cuadrada.....	117
Raíz cúbica.....	125
CAPÍTULO V. — <i>Proposiciones fundamentales relativas á la divisibilidad. Caracteres de divisibilidad</i> .....	141
Proposiciones fundamentales.....	141
Caracteres de divisibilidad.....	143
CAPÍTULO VI. — <i>Codivisores y comúltiplos de un número, máximo codivisor y mínimo comúltiplo</i> .....	156
Máximo común divisor.....	156
Mínimo común múltiplo.....	166
CAPÍTULO VII. — <i>Números primos</i> .....	172
CAPÍTULO VIII. — <i>Mecanismo del cálculo y propiedades de los números enteros representados en cualquier sistema de numeración</i> .....	186

LIBRO II

EL CONCEPTO DE GRANDOR Ó CANTIDAD MATEMÁTICA

CAPÍTULO I. — <i>El concepto de unidad. Cálculos con cantidades expresadas en base á distintas unidades.</i> .....	193
CAPÍTULO II. — <i>El concepto de cantidad y de número fraccionario.</i> ...	205
CAPÍTULO III. — <i>Mecanismo del cálculo con cantidades ó números fraccionarios.</i> .....	214
CAPÍTULO IV. — <i>Cantidades fraccionarias decimales.</i> .....	244
CAPÍTULO V. — <i>Conversión de un número fraccionario cualquiera en otro decimal y consecuencias.</i> .....	256
CAPÍTULO VI. — <i>Cálculos aproximados.</i> .....	279
CAPÍTULO VII. — <i>El concepto de cantidad y de números irracionales.</i>	304
CAPÍTULO VIII. — <i>Cálculo en otros sistemas de numeración</i> .....	319
CAPÍTULO IX. — <i>Medida de los grandores matemáticos.</i> .....	321
CAPÍTULO X. — <i>Diversos sistemas de unidades.</i> .....	323
Sistema métrico decimal.....	323
Otros sistemas de unidades en uso.....	359
CAPÍTULO XI. — <i>Razones y proporciones.</i> .....	383
Razones.....	383
Proporciones.....	387
CAPÍTULO XII. — <i>Cantidades directa ó inversamente proporcionales</i>	393
CAPÍTULO XIII. — <i>Aplicaciones</i> .....	401
Reglas de tres.....	401
Intereses, descuentos.....	415
Interés simple.....	415
Descuentos.....	422
Cuestiones de porcentajes.....	429
Reparticiones proporcionales. Mezclas.....	438
Mezclas y aligaciones.....	450

APENDICE

I. <i>Comparación de dos cantidades. Equidiferencias</i> .....	459
II. <i>Ecuaciones</i> .....	462
III. <i>Progresiones</i> .....	468
Progresiones por diferencia.....	468
Progresiones por cociente.....	472
Algunas aplicaciones de la teoría de las progresiones.....	477
Pilas de balas.....	479
IV. <i>Cálculos con logaritmos</i> .....	483
Consideraciones generales relativas á los logaritmos vulgares...	483
Manejo de las tablas.....	492
Aplicaciones.....	495
V. <i>Diversas cuestiones que se resuelven utilizando logaritmos</i> .....	500
Intereses compuestos.....	500
Anualidades y amortizaciones.....	506
VI. <i>Aritmética amena</i> .....	515
Problemas de recapitulación general.....	523
Soluciones de los ejercicios.....	529

# ÍNDICE ANALÍTICO DE MATERIAS

## LIBRO I

### TEORÍA DE LOS NÚMEROS ENTEROS

<b>Nociones fundamentales</b>		<b>Aplicación á las desigualdades.</b> ..... 22	
Número cardinal.....	1	Ejercicios.....	23
La noción de colección.....	1	Potenciación.....	23
El concepto de número de objetos.....	2	Definiciones.....	23
Nombre de los números cardinales enteros.....	2	Propiedades.....	24
Cifras.....	3	Ejercicio.....	26
Uso de letras para indicar objetos y números.....	3	<i>Operaciones inversas</i>	
Números iguales, mayores y menores.....	4	Substracción.....	26
Definición por abstracción del número cardinal entero.....	4	Definiciones.....	26
La noción de orden. Número ordinal.....	6	Propiedades.....	27
Postalado.....	8	Combinación de la adición con la substracción.....	29
Signos de igualdad y desigualdad.....	19	Aplicaciones á las desigualdades.....	34
Ejercicios.....	0	Módulo de la substracción..	34
<b>Teoría de las operaciones fundamentales</b>		Combinación de la substracción con la multiplicación.	34
<i>Operaciones directas</i>		Ejercicios.....	36
Adición.....	11	División.....	37
Definiciones y consecuencias inmediatas.....	11	Definiciones.....	37
Propiedades de uniformidad, conmutatividad y asociatividad.....	12	Propiedades.....	38
Módulo.....	14	Módulo.....	39
Definición de la adición bajo el punto de vista ordinal..	14	Exponente cero.....	39
Desigualdades.....	14	Combinación de la división con la adición, substracción y multiplicación. ...	39
Ejercicio.....	15	Otra acepción de la división...	43
Multiplicación.....	16	Definiciones.....	43
Definiciones.....	16	Ejercicios.....	49
Propiedades de la multiplicación.....	17	<i>Operaciones inversas de la elevación á potencias</i>	
Módulo.....	22	Extracción de raíces ó radicación.....	51
Múltiplos.....	22	Definición.....	51
		Propiedades.....	51
		Módulo.....	53
		Otra acepción de la extracción de raíces.....	53
		Cálculo de logaritmos.....	54

Definición .....	54	Caso sencillo.....	79
Propiedades .....	54	Caso general.....	80
Antilogaritmos .....	56	Métodos por adiciones iguales, por descomposición y por adiciones complementarias.....	83
Logaritmos de la base del sistema y del número uno.	56	Prueba de la sustracción ..	85
Módulo .....	56	Ejercicios .....	85
Rangos de las operaciones..	56	Multiplicación.....	87
 Sistemas de numeración			
<i>Numeración decimal</i>			
Numeración oral, .....	57	Casos sencillos.....	87
Definición .....	57	Tabla de multiplicación....	88
Nombre de los números. Mecanismo de la numeración oral.....	58	Producto de dos dígitos....	89
Unidades de diversos órdenes .....	59	Un factor es dígito. ....	89
Numeración escrita.....	60	Uno de los factores es un dígito seguido de ceros....	90
Cifras. Convención.....	60	Caso general.....	91
Representación de un número cualquiera.....	61	Prueba de la multiplicación.	92
Consecuencias .....	62	Producto de varios factores.	93
Sistema de numeración llamado «largo».....	63	Número de cifras del producto.....	93
Número ordinal.....	64	Multiplicaciones especiales..	93
Ejercicios.....	65	Multiplicación por once ...	94
 <i>Otros sistemas de numeración</i>			
Principio general. Ordenados de diversos órdenes... ..	65	Multiplicación rápida.....	95
Base de un sistema de numeración. Diversos sistemas .....	66	Multiplicación aproximada.	96
Origen de algunos sistemas de numeración.....	67	Ejercicios .....	97
Histórico del sistema decimal .....	68	División.....	99
Ejercicios .....	68	Casos sencillos.....	99
Sistema de numeración romano	68	El dividendo y el cociente son dígitos. ....	100
Símbolos .....	68	El cociente es un dígito sin serlo el dividendo.....	100
Convención.....	68	Caso general .....	102
Ejercicios.....	71	Método italiano ó comprimido para dividir.....	106
 Mecanismo del cálculo aritmético en base al sistema de numeración decimal.			
Adición .....	72	Prueba de la división.....	106
Suma de un dígito con un número terminado en cero.	72	Número de cifras del cociente. ....	106
Suma de varios números terminados en cero.....	72	Multiplicaciones y divisiones especiales .....	107
Suma de dos números cualesquiera .....	73	División abreviada.....	107
Prueba de la adición.....	75	Ejercicios .....	108
Ejercicios .....	76	Potenciación.....	110
Sustracción .....	79	Cuadrados .....	110
		Tabla de cuadrados.....	112
		Cubos.....	113
		Tabla de cubos.....	115
		Cuartas potencias .....	116
		Potencias superiores.....	116
		Ejercicios .....	116
		Radicación .....	117
		Raíz cuadrada .....	117
		Teoría .....	117
		Número de cifras de la raíz.	124
		Prueba de la raíz cuadrada	124
		Raíz cúbica.....	125
		Teoría.....	125
		Observaciones .....	136
		Prueba de la raíz cúbica..	136
		Método analítico de Horner, para extraer la raíz	

cúbica.....	137	Ejercicios .....	164
Método aproximado de Hutton .....	138	<i>Mínimo común múltiplo</i>	
Raíces de índice superior á 3.....	139	Definiciones .....	166
Ejercicios.....	139	Principios fundamentales. Mínimo común múltiplo.....	167
Proposiciones fundamentales relativas á la divisibilidad. Caracteres de divisibilidad		Ejercicios.....	170
<i>Proposiciones fundamentales.</i>	141	<i>Números primos</i>	
Ejercicios .....	143	Definición .....	172
<i>Caracteres de divisibilidad</i>		Principios .....	172
Naturaleza del problema.....	143	Reconocer si un número dado es primo.....	175
Caracteres de divisibilidad por 2, 5, 4, 25, 2 <sup>o</sup> , 5 <sup>o</sup> .....	144	Forma factorial de un número. Descomposición de un número en factores primos.....	176
Caracteres de divisibilidad por 9 ó por 3.....	145	Divisores comunes á varios números .....	179
Método general para hallar los caracteres de divisibilidad por un número cualquiera $n$ .	147	Hallar todos los divisores de un número ó expresar un número en su forma factorial.	179
Caracteres de divisibilidad por 11.....	147	Hallar el m. c. d. de varios números .....	181
Caracteres de divisibilidad por 7, 11 y 13.....	149	Hallar el m. c. m. de varios números.....	182
Prueba de la multiplicación por 9.....	149	Ejercicios .....	183
Divisibilidad por 6.....	151	Mecanismo del cálculo y propiedades de los números enteros representados en cualquier sistema de numeración.	
Resumen.....	151	Operaciones.....	186
Ejercicios.....	152	Comúltiplos y codivisores.....	187
Codivisores y comúltiplos de un número. Máximo codivisor y mínimo comúltiplo.		Descomposición en factores primos.....	188
<i>Máximo común divisor</i>		Caracteres de divisibilidad... Ejercicios .....	189
Definiciones.....	156	Substitución de sistemas de numeración.....	190
Principios fundamentales.....	157	Ejercicios.....	191

## LIBRO II

### EL CONCEPTO DE GRANDOR Ó CANTIDAD MATEMÁTICA

El concepto de unidad. Cálculos con cantidades expresadas en base á distintas unidades.		Unidades de tiempo.....	197
Conjuntos continuos y discontinuos.....	193	Reducción de unidades .....	197
Grandores matemáticos.....	194	Ejercicios .....	198
Definiciones .....	196	Añición de cantidades matemáticas continuas.....	198
Grandores matemáticos continuos más usuales.....	196	Ejercicios.....	200
		Substracción.....	200
		Ejercicios.....	202
		Multiplicación .....	202
		Ejercicios.....	203

División.....	203	Valor decimal aproximado de un número fraccionario no decimal.....	257
Potenciación, radicación y logaritmos.....	203	Ejercicios.....	261
Ejercicios.....	204	Números fraccionarios no decimales, reducibles y no reducibles.....	261
El concepto de cantidad y de número fraccionario		Ejercicios.....	264
Origen del concepto.....	205	Números fraccionarios decimales periódicos.....	264
Nomenclatura.....	207	Todo número fraccionario decimal periódico admite en general una fracción generatriz.....	268
El concepto de cantidad y número fraccionario derivado de la división, considerada como operación inversa de la multiplicación.....	207	Ejercicios.....	271
Ejercicios.....	212	División de dos números fraccionarios decimales.....	272
Mecanismo del cálculo con cantidades ó números fraccionarios		Ejercicios.....	276
Propiedad fundamental.....	214	Cálculos aproximados	
Reducción á iguales denominadores.....	216	Generalidades.....	279
Ejercicios.....	218	Errores.....	280
Simplificación de números fraccionarios.....	218	Ejercicios.....	281
Ejercicios.....	220	Adición y sustracción.....	281
Adición.....	220	Ejercicios.....	282
Ejercicios.....	223	Multiplicación.....	283
Substracción.....	224	Ejercicios.....	285
Ejercicios.....	225	División.....	286
Multiplicación y división.....	226	Ejercicios.....	287
Multiplicadores fraccionarios.....	228	Valor aproximado de un número dado en menos de otro dado.....	288
Inversas de cantidades.....	234	Errores. Definiciones.....	289
Ejercicios.....	234	Operaciones. Cálculos aproximados.....	289
Potenciación y Radicación.....	240	Adición.....	289
Ejercicios.....	242	Substracción.....	291
Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos ó más cantidades fraccionarias.....	242	Ejercicios.....	292
Ejercicios.....	243	Multiplicación.....	292
Cantidades fraccionarias decimales		División.....	293
Manera de representarlas.....	244	Potenciación.....	295
Ejercicios.....	247	Ejercicios.....	295
Cálculos.....	248	Raíces aproximadas.....	296
Adición y sustracción.....	248	Ejercicios.....	302
Ejercicios.....	249	El concepto de cantidad y de números irracionales	
Multiplicación.....	250	El concepto de límite matemático.....	304
Ejercicios.....	251	Postulado llamado « principio de los límites ».....	306
División.....	252	El concepto de número irracional.....	306
Ejercicios.....	254	Mecanismo del cálculo relativo á las cantidades y números irracionales. Principio fundamental.....	309
Potenciación y radicación.....	254	Reducción de varios números	
Ejercicios.....	255		
Conversión de un número fraccionario cualquiera en otro decimal y consecuencias.			
Naturaleza del problema.....	256		

irracional de distinto índice á otros de igual índice . . .	310
Simplificación . . . . .	311
Cálculo . . . . .	311
Caracteres de irracionalidad . . .	314
Cantidades y números logarítmicos . . . . .	314
Ejercicios . . . . .	317
Cálculo en otros sistemas de numeración	
Generalidades . . . . .	319
Ejercicios . . . . .	320
Medida de los grandores matemáticos	
Definición . . . . .	321
Medida de los grandores matemáticos . . . . .	321
El uno y la unidad . . . . .	322

Diversos sistemas de unidades

*Sistema métrico decimal*

Unidades principales. Múltiplos y submúltiplos . . . . .	323
Unidades de longitud . . . . .	324
Unidades superficiales . . . . .	327
Unidades de volumen . . . . .	332
Unidades de peso . . . . .	340
Correspondencia entre los pesos y los volúmenes . . . . .	344
Densidad . . . . .	344
Unidades monetarias . . . . .	345
Ejercicios . . . . .	350

*Otros sistemas de unidades en uso*

Medidas inglesas . . . . .	359
Monedas usadas en las diversas naciones . . . . .	361
Otras unidades de medida usuales . . . . .	368
Unidades de tiempo . . . . .	368
División de la circunferencia y de los ángulos . . . . .	369
Antiguas medidas y pesas españolas . . . . .	370
Ejercicios . . . . .	372
Regla conjunta . . . . .	380
Ejercicios . . . . .	382

Razones y proporciones

*Razones*

Definiciones . . . . .	383
Propiedades . . . . .	384
Ejercicios . . . . .	386

*Proporciones*

Definición . . . . .	387
Principales propiedades . . . . .	389
Ejercicios . . . . .	391

Cantidades directa ó inversamente proporcionales

Definición . . . . .	393
Propiedades . . . . .	394
Números inversamente proporcionales . . . . .	395
Grandores directa ó inversamente proporcionales . . . . .	397
Grandores directa ó inversamente proporcionales á varios otros . . . . .	398
Ejercicios . . . . .	399

Aplicaciones

*Reglas de tres*

Definiciones . . . . .	401
Resolución . . . . .	401
Regla de tres simple y directa . . . . .	402
Regla de tres simple ó inversa . . . . .	402
Regla de tres compuesta . . . . .	403
Problemas que implican un incremento uniforme . . . . .	410
Ejercicios . . . . .	411

*Intereses. Descuentos*

Interés simple . . . . .	415
Definiciones . . . . .	415
Observaciones . . . . .	419
Intereses compuestos . . . . .	420
Ejercicios . . . . .	421
Descuentos . . . . .	422
Definiciones . . . . .	422
Descuento comercial . . . . .	424
Descuento matemático . . . . .	425
Ejercicios . . . . .	427

*Cuestiones de porcentajes*

Descuento al contado, rebajas . . . . .	429
Vencimientos comunes . . . . .	430
Fondos públicos . . . . .	431
Ejercicios . . . . .	433

*Reparticiones proporcionales. Mezclas*

Definición . . . . .	438
Resolución . . . . .	438
Aplicaciones. Regla de compañía ó de sociedad . . . . .	439



Prorrateo.....	441
Algunos casos particulares de repartición en partes proporcionales.....	442
Ejercicios.....	445

<i>Mezclas y aligaciones</i>	
Definiciones.....	450
Regla de aligación directa.....	450
Regla de aligación inversa.....	452
Ejercicios.....	455

## APÉNDICE

Comparación de dos cantidades. Equidiferencias	
--	--

Generalidades.....	459
--------------------	-----

### Ecuaciones

Ventajas de su empleo.....	462
----------------------------	-----

Principio en que se basa el empleo de ecuaciones.....	464
---	-----

Ejercicios.....	466
-----------------	-----

### Progresiones

#### *Progresiones por diferencia*

Definiciones.....	468
-------------------	-----

Expresión del último término en base al primero, á la razón y al número de términos.....	468
--	-----

Ejercicios.....	469
-----------------	-----

Hallar la suma de $n$ términos de una progresión por diferencia.....	469
--	-----

Ejercicios.....	470
-----------------	-----

Interpolár medios diferenciales.....	471
--------------------------------------	-----

Ejercicios.....	471
-----------------	-----

#### *Progresiones por cociente*

Definiciones.....	472
-------------------	-----

Valor de un término en función del primero, de la razón y del número de términos.....	472
---	-----

Ejercicios.....	473
-----------------	-----

Hallar la suma de todos los términos de una progresión por cociente.....	473
--	-----

Interpolár medios proporcionales.....	475
---------------------------------------	-----

Ejercicios.....	476
-----------------	-----

<i>Algunas aplicaciones de la teoría de las progresiones</i>	
--	--

Hallar la suma de los cuadrados y cubos de los $n$ primeros números consecutivos.....	477, 478
---	----------

<i>Pilas de balas</i> .....	479
-----------------------------	-----

Ejercicios.....	481
-----------------	-----

#### Cálculos con logaritmos

<i>Consideraciones generales sobre los logaritmos vulgares</i> .....	483
--	-----

Definición.....	483
-----------------	-----

Determinar la característica y la mantisa de una cantidad.....	484
--	-----

<i>Manejo de las tablas</i> .....	492
-----------------------------------	-----

Antilogaritmos.....	492
---------------------	-----

<i>Aplicaciones</i> .....	495
---------------------------	-----

Multipliación y división.....	495
-------------------------------	-----

Potencias y raíces.....	496
-------------------------	-----

Logaritmos relativos á números fraccionarios.....	496
---	-----

Cologaritmos á 10.....	496
------------------------	-----

Ejercicios.....	497
-----------------	-----

Diversas cuestiones que se resuelven utilizando logaritmos	
--	--

<i>Intereses compuestos</i> .....	500
-----------------------------------	-----

Ejercicios.....	504
-----------------	-----

<i>Anualidades y amortizaciones</i> .....	506
---	-----

Definiciones.....	506
-------------------	-----

Depósitos anuales.....	506
------------------------	-----

Amortizaciones.....	508
---------------------	-----

Rentas vitalicias y rentas perpétuas.....	512
---	-----

Ejercicios.....	513
-----------------	-----

### Aritmética amena

El juego de los tonces.....	515
-----------------------------	-----

La carrera de las manzanas.....	515
---------------------------------	-----

Problema de la piedra que se mueve eternamente.....	515
---	-----

Problema de Aquiles y de la tortuga.....	516
--	-----

El tonel inagotable.....	517
--------------------------	-----

La vendedora de huevos.....	517
-----------------------------	-----

Los jugadores.....	517
--------------------	-----

El problema del testamento.....	518
---------------------------------	-----

La corona de Hierón.....	519
--------------------------	-----

División por 19, 199, 1999.....	520
---------------------------------	-----

División por 29, 299, 2999.....	520
---------------------------------	-----

Diversas maneras de escribir los números 9 y 100.....	520
---	-----

Aritmética de posición.....	521
-----------------------------	-----

Diversas maneras de adivinar un número pensado.....	521
---	-----

PROBLEMAS DE RECAPITULACIÓN GENERAL.....	523
--	-----

SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS.....	529
-----------------------------------	-----